

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.27 Уравнения математической физики

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль)

01.03.04 Прикладная математика

Форма обучения

очная

Год набора

2020

Красноярск 2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

д.ф.-м.н., профессор, Рыжков И.И.

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс “Уравнения математической физики” является одним из базовых курсов цикла специальных дисциплин для направления «Прикладная математика».

Целью курса является получение целостного представления о процессах и явлениях, имеющих физическую природу, понимание возможности современных математических методов познания природы и овладение ими на уровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнонаучное содержание.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Задача курса – освоение методов исследования задач уравнений математической физики и умение их использовать

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	
ОПК-1.1: Знать математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач	Принципы построения математических модели распространения тепла, диффузии
ОПК-1.2: Уметь применять знания фундаментальной математики, естественнонаучных дисциплин для анализа и обработки результатов при решении профессиональных задач;	выбрать метод решения поставленной задачи
ОПК-1.3: Владеть навыками использования теоретических основ базовых разделов фундаментальной математики, естественнонаучных дисциплин при решении профессиональных задач;	математическим аппаратом для решения задач математической физики (метод разделения переменных)
ОПК-2: Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	

ОПК-2.1: Знать основные	Принципы построения математических моделей
математические модели и методы решения исследовательских и проектных задач	стационарных и нестационарных процессов колебаний
ОПК-2.2: Уметь осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты.	Сформулировать математическую модель (уравнения и граничные условия) на основе физической модели
ОПК-2.3: Владеть методами оценки надежности и качества функционирования систем.	математическим аппаратом для решения задач математической физики (методы упрощения и интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

URL-адрес и название электронного обучающего курса: <https://e.sfu-kras.ru/enrol/index.php?id=3079>.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
Контактная работа с преподавателем:	3 (108)		
занятия лекционного типа	1,5 (54)		
практические занятия	1,5 (54)		
Самостоятельная работа обучающихся:	5 (180)		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
Промежуточная аттестация (Экзамен)	2 (72)		

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Постановка основных задач									
	1. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Замена переменных. Классификация уравнений в точке. Оператор Лапласа в полярной, цилиндрической и сферической системах координат	2							
	2. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными. Характеристические поверхности (характеристики). Приведение к каноническому виду	2							
	3. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах	2							

4. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка в точке. Замена переменных			2					
5. Характеристические поверхности. Приведение к каноническому виду			2					
6. Классификация краевых задач. Задача Коши. Корректность постановки задач математической физики			2					
7. Постановка основных задач							48	
2. Теория обобщенных функций								
1. Определение обобщенной функции (о.ф.). Пространства основных (пробных) и обобщенных функций (распределения Шварца). Топология сходимости	2							
2. Полнота пространства обобщенных функций и плотность множества основных функций в пространстве обобщенных. Носитель обобщенной функции. Конечность порядка о.ф. с компактным носителем, общий вид о.ф. с носителем в точке	3							
3. Умножение о.ф. на основную. Прямое произведение о.ф. Замена переменной в о.ф. Свертка	3							
4. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Свойства. Применения к обработке сигналов	4							
5. Определение обобщенной функции, примеры. Топология сходимости			2					
6. Дифференцирование. Общий вид о.ф. с носителем в точке			4					
7. Умножение о.ф. на основную. Прямое произведение о.ф. Замена переменной в о.ф. Свертка			3					

8. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Свойства. Применения к обработке сигналов			3					
9. Теория обобщенных функций							60	
3. Постановка основных краевых задач математической физики								
1. Основные уравнения математической физики. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнения Лапласа, Гельмгольца, Пуассона	2							
2. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Замена переменных. Классификация уравнений в точке. Оператор Лапласа в полярной, цилиндрической и сферической системах координат	2							
3. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах	2							
4. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными. Характеристические поверхности (характеристики). Приведение к каноническому виду	2							

5. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах	2							
6. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах	2							
7. Основные уравнения математической физики. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнения Лапласа, Гельмгольца, Пуассона			2					
8. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Замена переменных. Классификация уравнений в точке. Оператор Лапласа в полярной, цилиндрической и сферической системах координат			2					
9. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными. Характеристические поверхности (характеристики). Приведение к каноническому виду			2					

10. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах			2					
11. Постановка основных краевых задач математической физики							16	
4. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа								
1. Свойства решений. Постановка задач на собственные значения эллиптического оператора. Формулы Грина. Свойства эллиптического оператора. Свойства собственных значений и собственных функций эллиптического оператора. Метод Фурье (разделение переменных). Примеры			2					
2. Интегральное представление дважды дифференцируемых функций. Фундаментальное решение оператора Лапласа ($n=2,3$), физическая интерпретация. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума. Теорема Гарнака			2					
3. Уравнение Лапласа. Единственность и непрерывная зависимость решений внутренней и внешней задач Дирихле. Корректность постановки внутренней и внешней задач Дирихле для круга. Интегральная формула Пуассона. Решение задачи Дирихле для кольца, сектора. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана. Теорема единственности решения задачи Неймана			2					

4. Функция Грина. Решение задачи Дирихле с помощью функций Грина для простейших областей. Метод электростатических изображений. Построение функции Грина с помощью конформных отображений. Решение задачи Дирихле для шара. Интеграл Пуассона	2							
5. Ньютонов потенциал, физический смысл. Потенциалы простого и двойного слоя. Поверхности Ляпунова. Свойства потенциалов простого и двойного слоя на поверхности Ляпунова. Разрыв потенциала двойного слоя. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя	2							
6. Ньютонов потенциал, физический смысл. Потенциалы простого и двойного слоя. Поверхности Ляпунова. Свойства потенциалов простого и двойного слоя на поверхности Ляпунова. Разрыв потенциала двойного слоя. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя	2							
7. Свойства решений. Постановка задач на собственные значения эллиптического оператора. Формулы Грина. Свойства эллиптического оператора. Свойства собственных значений и собственных функций эллиптического оператора. Метод Фурье (разделение переменных). Примеры			2					
8. Интегральное представление дважды дифференцируемых функций. Фундаментальное решение оператора Лапласа ($n=2,3$), физическая интерпретация. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума. Теорема Гарнака			2					

9. Уравнение Лапласа. Единственность и непрерывная зависимость решений внутренней и внешней задач Дирихле. Корректность постановки внутренней и внешней задач Дирихле для круга. Интегральная формула Пуассона. Решение задачи Дирихле для кольца, сектора. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана. Теорема единственности решения задачи Неймана			2					
10. Функция Грина. Решение задачи Дирихле с помощью функций Грина для простейших областей. Метод электростатических изображений. Построение функции Грина с помощью конформных отображений. Решение задачи Дирихле для шара. Интеграл Пуассона			2					
11. Ньютонов потенциал, физический смысл. Потенциалы простого и двойного слоя. Поверхности Ляпунова. Свойства потенциалов простого и двойного слоя на поверхности Ляпунова. Разрыв потенциала двойного слоя. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя			2					
12. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений с полярным ядром. Теоремы единственности решения краевых задач			2					
13. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа							18	
5. Уравнения параболического типа								
1. Задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач для уравнений диффузионного типа. Граничные условия первого, второго и третьего рода, их физическая интерпретация	2							

2. Смешанная краевая задача для уравнения параболического типа. Классическое решение. Принцип максимума. Единственность и непрерывная зависимость классического решения	2							
3. Неоднородное уравнение. Решение методом разложения по собственным функциям	2							
4. Классическая задача Коши для уравнения теплопроводности. Преобразование Фурье. Фундаментальное решение. Свертка. Тепловой и поверхностный потенциалы, их свойства. Решение задачи Коши. Интеграл Пуассона	2							
5. Задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач для уравнений диффузионного типа. Граничные условия первого, второго и третьего рода, их физическая интерпретация			2					
6. Смешанная краевая задача для уравнения параболического типа. Классическое решение. Принцип максимума. Единственность и непрерывная зависимость классического решения			4					
7. Неоднородное уравнение. Решение методом разложения по собственным функциям			2					
8. Классическая задача Коши для уравнения теплопроводности. Преобразование Фурье. Фундаментальное решение. Свертка. Тепловой и поверхностный потенциалы, их свойства. Решение задачи Коши. Интеграл Пуассона			2					
9. Уравнения параболического типа							12	
6. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа								

1. Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач. Смешанная задача для уравнения гиперболического типа. Классическое решение. Интеграл Энергии. Единственность и непрерывная зависимость классического решения. Решение задач с помощью метода разделения переменных								
2. Классическая задача Коши для волнового уравнения. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа	2							
3. Фундаментальное решение для волнового оператора. Распространение волн в пространстве, плоскости и на прямой. Принцип Гюйгенса	2							
4. Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач. Смешанная задача для уравнения гиперболического типа. Классическое решение. Интеграл Энергии. Единственность и непрерывная зависимость классического решения. Решение задач с помощью метода разделения переменных			2					
5. Классическая задача Коши для волнового уравнения. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа			2					
6. Фундаментальное решение для волнового оператора. Распространение волн в пространстве, плоскости и на прямой. Принцип Гюйгенса			2					
7. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа							26	
Всего	54		54				180	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики: учебник для физико-математических специальностей университетов (Москва: Издательство МГУ).
2. Владимиров В. С., Жаринов В. В. Уравнения математической физики: Учебник для вузов(Москва: Издательство физико-математической литературы).
3. Захаров Е. В., Дмитриева И. В., Орлик С. И. Уравнения математической физики: учеб. для студентов вузов(Москва: Академия).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, предлагается применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (MS Office, MathCad, MathLab и др.)

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Наличие электронно-библиотечной системы (электронной библиотеки) и электронной информационно-образовательной среды СФУ, которые обеспечивают возможность индивидуального доступа для каждого обучающегося из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет, как на территории СФУ, так и вне университета

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторные занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами